

Заочный тур школьной олимпиады по математике – 2012

Личные данные:

Фамилия имя Отчество _____

ФИО учителя по математике _____

Адрес _____


e-mail, телефон _____

Задача 1: Запишите число 10 с помощью семи "4", знаков арифметических действий и запятой.

Задача 2: На плоскости даны $\triangle ABC$ и точки D и E, такие, что $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$. Докажите, что длина отрезка DE не превосходит полупериметра $\triangle ABC$.

Задача 3: Решите в натуральных числах уравнение:

$$x^{(2^x)} = y^{(512^y)}$$

Задача 4: Докажите, что количество способов разрезать прямоугольник на уголки из трех клеток вида  всегда четно.

Задача 5: В четырехугольнике ABCD на сторонах BC и AD взяты, соответственно, точки R и T. P – точка пересечения отрезков BT и AR; S – точка пересечения отрезков CT и DR. Оказалось, что PRST – параллелограмм. Докажите, что $AB \parallel CD$.

Задача 6: a, b, c – натуральные числа, причем (a – b) – простое число и $3c^2 = c(a + b) + ab$. Докажите, что $8c + 1$ – точный квадрат.

Задача 7: В государстве 2000 городов. Некоторые пары городов соединены дорогами так, что из любого города можно проехать в любой другой. Докажите, что это государство можно разбить на несколько республик (возможно, всего на одну) так, чтобы в каждой республике из любого города можно было единственным образом проехать в любой другой город этой республики, не выезжая за ее пределы. (В каждой республике должно быть не менее двух городов.)